

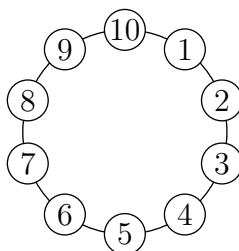
© 2022 Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

620811

- a) Die natürlichen Zahlen von 1 bis 10 sind an einem Kreis im Uhrzeigersinn angeordnet, siehe Abbildung A 620811 a. Mit 1 beginnend wird in mehreren Umläufen im Uhrzeigersinn jede 4. Zahl weggestrichen (also die Zahlen 1, 5, 9, ...), bis nur noch Zahlen getroffen werden, die schon weggestrichen sind. Dabei werden die weggestrichenen Zahlen stets mitgezählt.

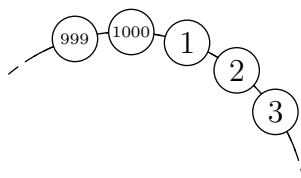
Ermittle, wie viele der natürlichen Zahlen von 1 bis 10 auf diese Weise nicht weggestrichen werden.



A 620811 a

- b) Die natürlichen Zahlen von 1 bis 1 000 sind an einem Kreis im Uhrzeigersinn angeordnet, siehe Abbildung A 620811 b. Mit 1 beginnend wird in mehreren Umläufen im Uhrzeigersinn jede 15. Zahl weggestrichen (also die Zahlen 1, 16, 31, 46, 51, ...), bis nur noch Zahlen getroffen werden, die schon weggestrichen sind. Dabei werden die weggestrichenen Zahlen stets mitgezählt.

Ermittle, wie viele der natürlichen Zahlen von 1 bis 1 000 auf diese Weise nicht weggestrichen werden.



A 620811 b

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

### 620812

Herr Bartz hatte in den Klassen 8a und 8b die gleiche Klassenarbeit geschrieben. Es sind insgesamt 50 Arbeiten. Der Notendurchschnitt, also das arithmetische Mittel aller Noten, ist 2,7. Herr Bartz hat auch den Notendurchschnitt jeder Klasse einzeln berechnet. Danach fiel ihm auf, dass er Mia, die die Note 2 erhielt, versehentlich der 8b zugeordnet hat, obwohl sie in die 8a geht. Deshalb berechnet er die Durchschnitte erneut und staunt: Sowohl der Notendurchschnitt der 8a als auch der Notendurchschnitt der 8b sind besser als bei der ersten Rechnung.

- Gib eine mögliche Verteilung von Noten der Schülerinnen und Schüler der beiden Klassen bei dieser Klassenarbeit an, bei der der Notendurchschnitt aller 50 Arbeiten 2,7 ist, Mia eine 2 erhält und die Notendurchschnitte der beiden Klassen bei der zweiten Berechnung tatsächlich jeweils besser als bei der ersten Berechnung sind. Begründe deine Angabe.
- Kann auf Basis der vorhandenen Informationen hergeleitet werden, welche der beiden Klassen den besseren Notendurchschnitt hat? Begründe deine Antwort.

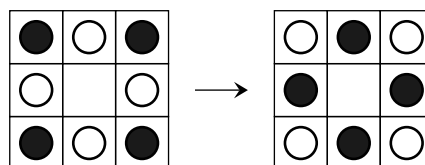
### 620813

Es sei  $ABC$  ein Dreieck mit einem rechten Innenwinkel im Punkt  $C$ . Die Länge der Seite  $\overline{AC}$  sei kleiner als die Länge der Seite  $\overline{BC}$ . Weiter seien  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  drei Punkte, die folgende Bedingungen erfüllen:

- Die Punkte  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  sind von den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  verschieden.
  - Der Punkt  $X$  liegt auf der Seite  $\overline{AC}$ .
  - Der Punkt  $Y$  liegt so auf der Seite  $\overline{AB}$ , dass die Strecken  $\overline{AX}$  und  $\overline{XY}$  gleich lang sind.
  - Der Punkt  $Z$  liegt so auf der Seite  $\overline{BC}$ , dass der Winkel  $\sphericalangle ZYX$  ein rechter Winkel ist.
- Fertige eine Zeichnung an, die den beschriebenen Sachverhalt veranschaulicht.
  - Drücke die Länge des Umfangs des Vierecks  $CXYZ$  durch die Seitenlängen des Dreiecks  $ABC$  aus.

### 620814

Auf einem quadratischen Spielbrett mit 9 Feldern liegen zu Beginn 4 weiße und 4 schwarze Spielsteine, wie es im Bild das linke Spielfeld zeigt. Ein Spielzug besteht darin, einen Spielstein waagrecht oder senkrecht auf das jeweils leere Feld zu ziehen. Ziel ist, dass die Spielsteine so liegen, wie es im Bild das rechte Spielfeld zeigt.



- Gib eine Folge von 12 Spielzügen an, mit der das Ziel erreicht wird.
- Begründe, warum stets eine gerade Anzahl an Spielzügen durchgeführt werden muss, um das Ziel zu erreichen.
- Untersuche, ob es möglich ist, das Ziel mit weniger als 12 Spielzügen zu erreichen.